



## Επίλυση εξισώσεων

### Εξισώσεις 1<sup>ου</sup> βαθμού

1.  $x + \alpha = \beta \Leftrightarrow x = \beta - \alpha$
2.  $\alpha + x = \beta \Leftrightarrow x = \beta - \alpha$
3.  $x - \alpha = \beta \Leftrightarrow x = \beta + \alpha$
4.  $\alpha - x = \beta \Leftrightarrow x = \alpha - \beta$
5.  $x \cdot \alpha = \beta \Leftrightarrow x = \beta : \alpha$
6.  $\alpha \cdot x = \beta \Leftrightarrow x = \beta : \alpha$
7.  $x : \alpha = \beta \Leftrightarrow x = \beta \cdot \alpha$
8.  $\alpha : x = \beta \Leftrightarrow x = \alpha : \beta$
9.  $\frac{x}{\alpha} = \frac{\beta}{\gamma} \Leftrightarrow x \cdot \gamma = \alpha \cdot \beta$
10.  $0 \cdot x = \alpha$  , αδύνατη
11.  $0 \cdot x = 0$  , αόριστη ή ταυτότητα

**Συμπέρασμα:** Μια εξίσωση πρώτου βαθμού ή έχει μοναδική λύση , ή είναι αδύνατη , ή έχει άπειρο πλήθος λύσεων.



## Εξισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού

### 1. Εξισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού με δύο όρους

i) Κοινός παράγοντας:

$$\alpha x^2 + \beta x = 0 \Leftrightarrow x(\alpha x + \beta) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = -\frac{\beta}{\alpha}$$

ii) Διαφορά τετραγώνων:

$$\alpha^2 x^2 - \beta^2 = 0 \Leftrightarrow (\alpha x - \beta)(\alpha x + \beta) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\alpha x - \beta = 0 \text{ ή } \alpha x + \beta = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{\beta}{\alpha} \text{ ή } x = -\frac{\beta}{\alpha}$$

Β' τρόπος:  $\alpha x^2 - \beta = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$

iii) Αδύνατη:

$$\alpha x^2 + \beta = 0$$

### 2. Εξισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού με τρεις όρους:

Γενική μορφή:  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

**Βήμα 1<sup>ο</sup>:** Υπολογίζω την διακρίνουσα:  $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

**Βήμα 2<sup>ο</sup>:** Ξεχωρίζω περιπτώσεις:

i) Αν  $\Delta > 0$ , έχω δύο ρίζες άνισες:  $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

ii) Αν  $\Delta = 0$ , έχω μία ρίζα διπλή:  $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$

iii) Αν  $\Delta < 0$ , αδύνατη

**Συμπέρασμα:** Μια εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού μπορεί να έχει δύο ρίζες, ή να έχει μία ρίζα, ή να είναι αδύνατη.



## Πολυωνυμική εξίσωση:

$$\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0, \quad \alpha_n \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$P_1(x) \cdot P_2(x) \cdot \dots \cdot P_k(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$P_1(x) = 0 \quad \text{ή} \quad P_2(x) = 0 \quad \text{ή} \dots P_k(x) = 0$$

## Τριγωνομετρικές εξισώσεις

- $\eta\mu x = \alpha \Leftrightarrow \eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \theta \\ \text{ή} \\ x = 2k\pi + (\pi - \theta) \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$
- $\sigma\upsilon\nu x = \alpha \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow x = 2k\pi \pm \theta, \quad k \in \mathbb{Z}$
- $\epsilon\phi x = \alpha \Leftrightarrow \epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta \Leftrightarrow x = k\pi + \theta, \quad k \in \mathbb{Z}$
- $\sigma\phi\alpha \Leftrightarrow \sigma\phi x = \sigma\phi\theta \Leftrightarrow x = k\pi + \theta, \quad k \in \mathbb{Z}$

## Εκθετικές εξισώσεις

- $a^{x_1} = a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$



## Λογαριθμικές εξισώσεις

1.  $a^x = \theta \Leftrightarrow x = \log_a \theta$
2.  $10^x = \theta \Leftrightarrow x = \log \theta$
3.  $e^x = \theta \Leftrightarrow x = \ln \theta$

**Επίλυση της εξίσωσης:**  $\alpha z^2 + \beta z + \gamma = 0$  .  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  και  $\alpha \neq 0$

**Βήμα 1<sup>ο</sup>:** Υπολογίζω την διακρίνουσα :  $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

**Βήμα 2<sup>ο</sup>:** Ξεχωρίζω περιπτώσεις:

- i) Αν  $\Delta > 0$ , έχω πραγματικές λύσεις:  $z_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
- ii) Αν  $\Delta = 0$ , έχω μία διπλή πραγματική ρίζα :  $z = -\frac{\beta}{2\alpha}$
- iii) Αν  $\Delta < 0$ , έχω δύο λύσεις:  $z_{1,2} = \frac{-\beta \pm i\sqrt{-\Delta}}{2\alpha}$  οι οποίες είναι συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί

-.-